

◎算数の入試問題について

算数は計算問題、小問集合、そして図形や関数・規則性などの大問から構成されています。

配点は、[1]の計算問題は5点が2問の10点、[2]の小問集合は6点が4問の24点、[3]は2つのテーマの問題で、6点と7点（記述式）が2問ずつの各13点、[4]と[5]は5点～8点（うち1つは記述式）の3つの小問から構成された問題で、各20点です。

記述式の問題の採点では、まず答えがあっているかを見ます。答えがあっていない場合のみ、途中の考え方を見て、部分点を加えています。

[1] 基本的な計算問題です。

(1) 計算の順序が正しく行えるかを見る問題です。答えは5です。

(2) 逆算の問題です。答えは $\frac{1}{2}$ です。

[2] 小問集合です。

(1) 整数（商と余り） (2) 仕事算 (3) 場合の数 (4) 平面図形 の問題です。

各問いの答えは、(1) 8104 (2) 5台 (3) 16通り (4) 2:1 です。

[3] [I] 速さに関する問題です。

(1) バス①とバス②が高速道路に到着する時刻は、バス①は $36 \div 45 = \frac{4}{5}$ (時間) = 48 (分) より、8時48分、

バス②は $36 \div 54 = \frac{2}{3}$ (時間) = 40 (分) より、8時50分なので、バス②がバス①を追い越すのは高速道路上で
あることがわかります。

バス②が高速道路に到着した8時50分時点で、バス①は $45 \times 1.2 \times \frac{2}{60} = 0.9$ km 先を進んでいるので、

$0.9 \div (54 \times 1.2 - 45 \times 1.2) = \frac{1}{6}$ (時間) = 10 (分) 後、つまり9時00分に追いつきます。

(2) まず、バス①とバス②が合宿地に到着する時刻を求めます。

高速道路は54 km、それ以外は $135 - 54 = 81$ km なので、

バス①は $81 \div 45 + 54 \div (45 \times 1.2) = \frac{14}{5}$ (時間) より、出発してから2時間48分の10時48分、

バス②は $81 \div 54 + 54 \div (54 \times 1.2) = \frac{7}{3}$ (時間) より、出発してから2時間20分後の10時30分に

それぞれ合宿地に到着します。到着する順番が②③①となるためには、バス③は10時30分から10時48分の間に合宿地に到着する必要があります。

バス③は合宿地まで、 $81 \div 60 + 54 \div (60 \times 1.2) = \frac{21}{10}$ (時間) より、2時間6分かかるので、

8時24分から8時42分の間に学校を出発すればよいことがわかります。

[Ⅱ] 平面図形の問題です。

- (1) 板が動いてできる範囲の図形は円となり、その半径は図1より、
6 cm なので、その面積は $6 \times 6 \times 3.14 = 113.04 \text{ cm}^2$ です。

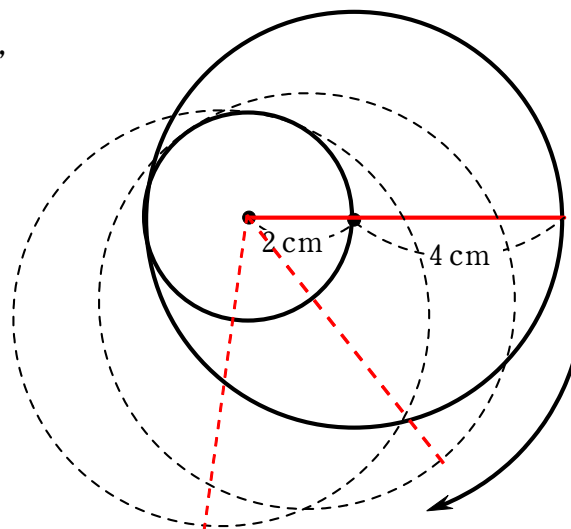


図1

- (2) 板が動いてできる範囲の図形は円となり、その半径は図2より、
1 辺の長さが 6 cm の正方形の対角線の長さに等しいことが
わかります。

この長さを cm とすると、正方形の面積について、

\times $\times \frac{1}{2} = 6 \times 6$ より、 \times = 72 となるので、

求める図形の面積は、

\times $\times 3.14 = 72 \times 3.14 = 226.08 \text{ cm}^2$ です。

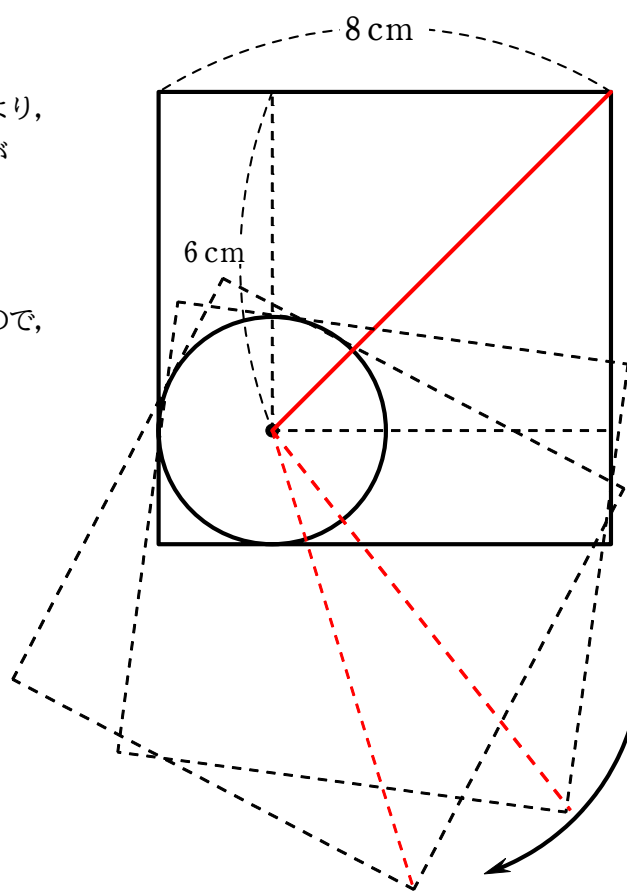


図2

4

(1) 素因数分解をしたり，数え上げたりすることによって求めます。

① 24 の約数は, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 の 8 個

②81の約数は、1, 3, 9, 27, 81 の 5個 です。

(2) ① 灯りがついているためには、スイッチは奇数回押される必要があります。

したがって、1 ~ 101 の数で、約数の個数が奇数であるものを調べます。

(1)より、約数の個数が奇数であるものは、②の81のような、同じ数を2回掛け算した数、つまり平方数であることがわかります。そのような数は1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100の10個。

したがって、灯りがついている電球は10個です。

②[1] 1～40番の電球について

もうこれ以上押されることはないので、①と同様に平方数の番号の電球に灯りがついています。

したがって、1, 4, 9, 16, 25, 36の6個の電球に灯りがついています。

[2] 41～101 番の電球について

②の操作の後、41～101の倍数のスイッチもすべて押した場合（つまり①の結果）、各スイッチがあと何回押されるかを調べます。

ここで、81~101の中には、41~80の2倍の数が含まれることに注意し、次のように場合分けして考えます。

[2.1] 41～80 番の電球について

41～80番のスイッチは、自身の番号の時のみ、つまりあと1回ずつ押されます。

①の結果では、平方数 49 と 64 の 2 個のみ灯りがついていることに注意すると、②の操作の後、 $(80 - 41 + 1) - 2 = 38$ 個の電球に灯りがついていることがわかります。

[2.2] 81 ~ 101 番の電球について

平方数で奇数の 81 番は、自身の番号の時のみ（あと 1 回）押されるので、灯りが消えています。

平方数で偶数の 100 番は、50 の倍数と、自身の番号の時のあと 2 回押されるので、灯りはついています。

平方数以外の奇数のスイッチは、自身の番号の時のみ（あと1回）押されるので、灯りがついています。

平方数以外の偶数のスイッチは、自身の番号と、自身の半分の数の倍数の時の2回押されるので、

灯りは消えています。

よって、81～101の番号のスイッチは、11個の灯りがついています。

[1], [2] より, 灯りがついている電球は全部で $6 + 38 + 11 = 55$ 個です。

① 101 の倍数のスイッチまで押したとき

1	40	41	80	81	101
平方数のみ灯りがついている					

② 40 の倍数のスイッチまで押したとき

41 から 80 の間の数は、②の後、
1 回だけ押されるので、
①の結果の 1 つ前の状態

81 から 101 の間の数で、②の後に押される回数について

- 平方数で奇数（81）は残り 1 回
- 平方数で偶数（100）は残り 2 回
- 平方数ではない奇数（83，85等）は残り 1 回
- 平方数ではない偶数（82，84等）は残り 2 回

【5】 立体図形の体積の問題です。

- (1) 水面は図1 のようになり、向かい合う辺は平行で、長さは等しく、
 辺と辺がつくる角はすべて直角なので、⑦ 長方形になります。
 体積は三角形BPEを底面とした三角柱と考えると、
 $4 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 6 = 72 \text{ cm}^3$ です。

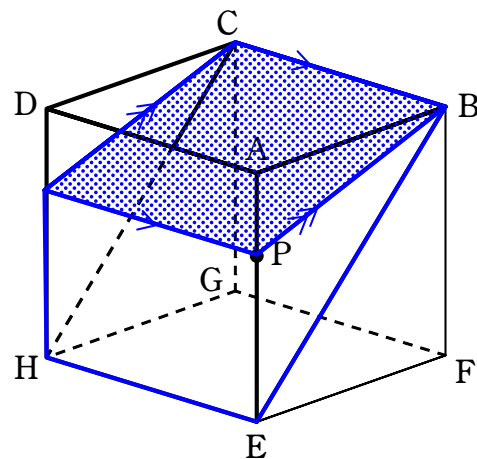


図1

- (2) 水面は図2 のようになり、1組の向かい合う辺が平行なので、⑩ 台形です。

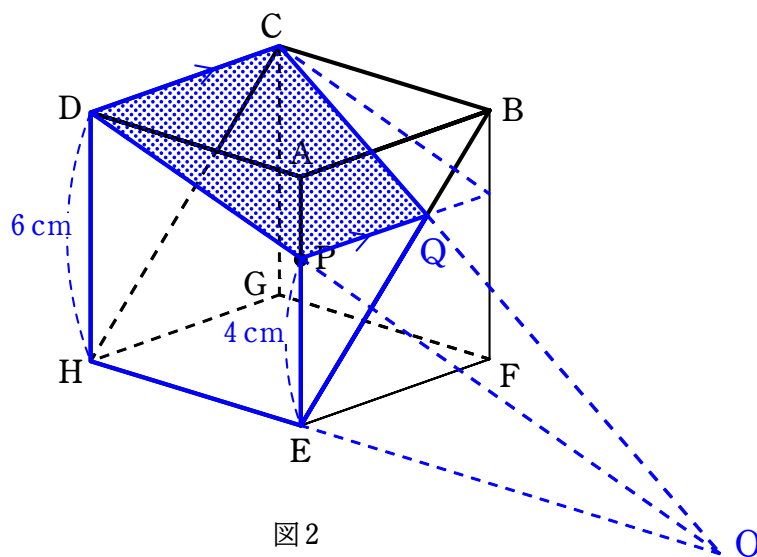


図2

図2のように、点O、Qを定めると、三角錐O-CDHと三角錐O-QPEは相似で、
 相似比はDH : PE = 3 : 2 なので、
 体積比は $3 \times 3 \times 3 : 2 \times 2 \times 2 = 27 : 8$ です。

三角錐O-CDHの体積は、 $6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 18 \times \frac{1}{3} = 108 \text{ cm}^3$ なので、

求める立体の体積は、 $108 \times \left(1 - \frac{8}{27}\right) = 76 \text{ cm}^3$ です。

(別解)

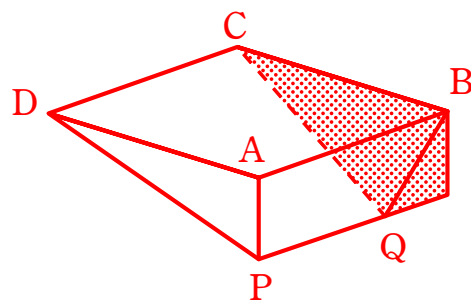
容積から水のない部分の体積をひいて求めます。

水のない部分は三角柱から三角錐の体積を引いて、

$2 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 6 - 2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = 32 \text{ cm}^3$ なので、

求める体積は、容器の容積 $6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 6 = 108 \text{ cm}^3$ から引いて

$108 - 32 = 76 \text{ cm}^3$ です。



(3) 水面は図3のようになり、1組の向かい合う辺が平行なので、⑩台形です。

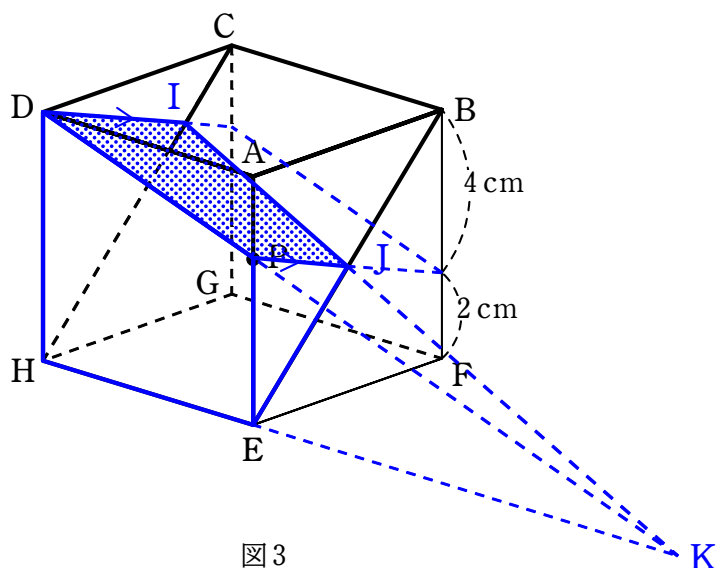


図3

図3のように点I, J, Kを定めると、求める立体の体積は、
 三角錐K-DHIの体積から三角錐K-PEJの体積を
 引いたものになります。この2つの立体は相似であり、
 相似比は $DH : PE = 3 : 2$ なので、体積比は
 $3 \times 3 \times 3 : 2 \times 2 \times 2 = 27 : 8$ です。

三角錐K-DHIの体積は $6 \times \frac{9}{2} \times \frac{1}{2} \times 18 \times \frac{1}{3} = 81 \text{ cm}^3$ なので、

求める立体の体積は $81 \times \left(1 - \frac{8}{27}\right) = 57 \text{ cm}^3$ です。

