

◎算数の入試問題について

算数は計算問題、小問集合、そして図形や関数・規則性などの大問から構成されています。

配点は、①の計算問題は5点が2問の10点、②の小問集合は6点が4問の24点、③は2つのテーマの問題で、6点と7点（記述式）が2問ずつの各13点、④と⑤は5点～8点（うち1つは記述式）の3つの小問から構成された問題で、各20点です。

記述式の問題の採点では、まず答えがっているかを見ます。答えがっていない場合のみ、途中の考え方を見て、部分点を加えています。

① 基本的な計算問題です。

(1) 計算の順序が正しく行えるかを見る問題です。答えは $\frac{1}{9}$ です。

(2) 逆算の問題です。答えは $\frac{7}{8}$ です。

② 小問集合です。

(1) 整数 (2) 過不足算 (3) 流水算 (4) 平面図形 の問題です。

各問いの答えは、(1) 5775 (2) 2430円 (3) 毎分45m (4) 23.34 cm^2 です。

③ [I] 速さに関する問題です。

(1) AさんとBさんの移動の様子をダイヤグラムで表すと、右図のようになります。

(1)で求めるものはアです。

Aさんが分速50m、Bさんが分速40mの速さなので、出発してから $7200 \div (50 + 40) = 80$ 分後…①に、P町から $50 \times 80 = 4000\text{ m}$ …アのところで2人は出会います。

2人が別れたあと、6分間で2人間の距離は

$(50 + 40) \times 6 = 540\text{ m}$ になります。そこからAさんが

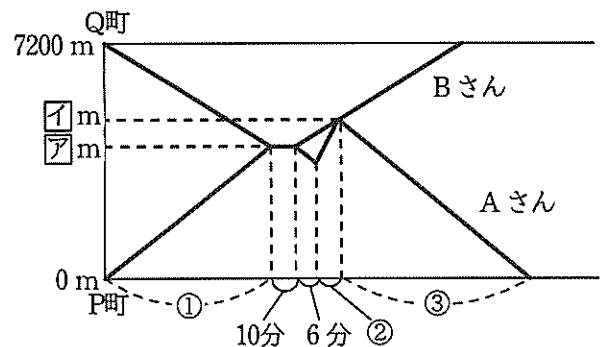
速さを2倍にしてBさんに追いつくのは、 $540 \div (50 \times 2 - 40) = 9$ 分…②後です。

よって、アとイの間の距離は、Bさんが $6 + 9 = 15$ 分歩いた距離と等しく、 $40 \times 15 = 600\text{ m}$ です。

したがって、プレゼントを渡した場所はP町から $4000 + 600 = 4600\text{ m}$ …イのところになります。

(2) Aさんはプレゼントを渡したあと、 $4600 \div 50 = 92$ 分…③でP町に戻ります。

したがって、AさんがP町に戻ったのは、出発してから①+10+6+②+③ = $80 + 10 + 6 + 9 + 92 = 197$ 分後すなわち、3時間17分後です。



[II] 整数の問題です。

$$\begin{array}{ccccccc} & \overset{-1}{\curvearrowright} & \overset{-1}{\curvearrowright} & \overset{+1}{\curvearrowleft} & \overset{+1}{\curvearrowleft} & & \\ \text{例：} & 403 & + & 404 & + & 405 & + & 406 & + & 407 & = & 2025 \end{array}$$

(1) 連続する9個の整数の平均値を●とすると、

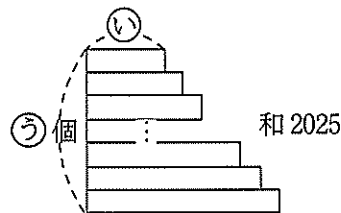
$$(\bullet - 4) + (\bullet - 3) + (\bullet - 2) + (\bullet - 1) + \bullet + (\bullet + 1) + (\bullet + 2) + (\bullet + 3) + (\bullet + 4) = 2025$$

すなわち、 $\bullet \times 9 = 2025$ です。

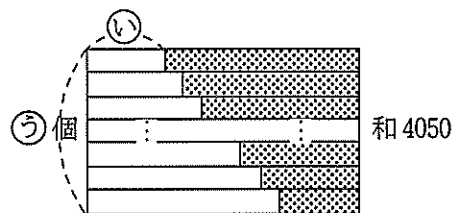
よって、●は $2025 \div 9 = 225$ だとわかるので、㉞は、 $225 - 4 = 221$ です。

(2) ㉞から連続する㉟個の整数の和が2025だとすると、これらは右のような階段状の図形で表すことができます。

同じ図形をひっくり返してつなげることで長方形を作ることができます。よって、㉟は4050の約数（ただし2以上2025未満）です。



次に、連続する㉟個の整数の平均値 $2025 \div \text{㉟}$ について考えます。これは中央値でもあるので、 $\text{㉟} \div 2$ した数以上でないといけません。



(2) では、㉞が最も小さくなる場合を考えるので、㉟が出来る限り大きくなるように順に調べていきます。

㉟の候補が $4050 (= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5)$ の約数で2025未満のものを挙げると 1350, 810, 675, ... と多いので、およその数で見当をつけることにします。

例えば、㉟が100のときを考えてみます。100個の整数の平均値 $2025 \div 100 = 20.25$ は、 $100 \div 2 = 50$ 番目あたりにくることになります。しかし、 $20.25 < 50$ なので、この場合は適しません。

次に、㉟が50のときを考えてみます。50個の整数の平均値 $2025 \div 50 = 40.5$ は、 $50 \div 2 = 25$ 番目あたりにくることになります。 $40.5 > 25$ なので、この場合はあり得ます。

そこで、4050の100未満の約数のうち、大きい方から順に調べていくと、

㉟	...	90	81	75	54	...
$2025 \div \text{㉟}$		22.5	25	27	37.5	
$\text{㉟} \div 2$		45	40.5	37.5	27	

この表から、 $2025 \div \text{㉟}$ の数が、 $\text{㉟} \div 2$ の数よりも初めて大きくなるのは、㉟が54のときだとわかります。このとき、㉞は最も小さくなり、 $37 - (27 - 1) = 11$ です。

4 立体図形と速さ（水位変化）の問題です。

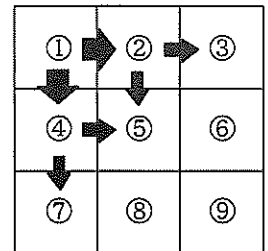
(1) ①～⑨の各ブロックの容積は $10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ cm}^3$ です。

水を入れ始めてから2分で①のブロックの水面の高さが10 cm になったので、流れ込む水の量は毎分 $1000 \div 2 = 500 \text{ cm}^3$ です。

①のブロックが満水になった後、水は②と④の2つのブロックに同じ割合で流れ込むので、②のブロックには毎分 $500 \div 2 = 250 \text{ cm}^3$ の水が流れ込みます。

(2) 各ブロックに水がどのように流れ込むかを図にすると、右図のようになります。

これにしたがい、各ブロックが満水になる時間を順に求めていきます。



①が満水になってから、②と④は $1000 \div 250 = 4$ 分で満水になります。

その後、②からは、③と⑤へ毎分 $250 \div 2 = 125 \text{ cm}^3$ の水が流れ込みます。

同様に、④からは、⑤と⑦へ毎分 125 cm^3 の水が流れ込みます。

よって、⑤へは、毎分 $125 \times 2 = 250 \text{ cm}^3$ の水が流れ込むことになります。

⑤が満水になるよりも前に、③および⑦が満水になることはないので、

⑤が満水になるのは、⑤に水が流れ込み始めてから $1000 \div 250 = 4$ 分後です。

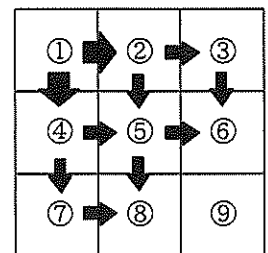
したがって、⑤は①に水を入れ始めてから $2 + 4 + 4 = 10$ 分後に満水になります。

(3) ⑦が満水になるのは、⑦に水が流れ込み始めてから $1000 \div 125 = 8$ 分後です。

したがって、⑧に入る水の量は、⑧に水が流れ込み始めてから

最初の $8 - 4 = 4$ 分間は⑤から毎分 $250 \div 2 = 125 \text{ cm}^3$ の水が流れ込み、

その後、⑦から毎分 125 cm^3 の水が加わるように流れ込みます。



最初の4分間で、⑧には $125 \times 4 = 500 \text{ cm}^3$ の水が(⑤から)流れ込みます。

そのときの⑧の水面の高さは $500 \div (10 \times 10) = 5 \text{ cm}$ です。

ここから⑧の水面の高さが7 cm になるまでは、残り $10 \times 10 \times (7 - 5) = 200 \text{ cm}^3$

あるので、 $200 \div (125 + 125) = \frac{4}{5}$ 分かかります。

よって、⑧の水面の高さが7 cm になるのは、①に水を入れ始めてから

(①②④⑤が満水になる時間) $+ 4 + \frac{4}{5} = 14\frac{4}{5}$ 分後 すなわち 14分48秒後です。

5 相似，立体図形の体積の問題です。

- (1) 直線 PA 上に E，直線 PB 上に F，直線 PC 上に G，直線 PD 上に H があります。また，点 F と G は壁と地面の境界線上にあり，辺 EF と GH は地面に垂直になります。したがって，四角形 EFGH は EF と GH が平行な台形です。説明のため，図のように点 Q と点 R を設定しておきます。また，三角形 ABC を $\triangle ABC$ のように表すことにします。

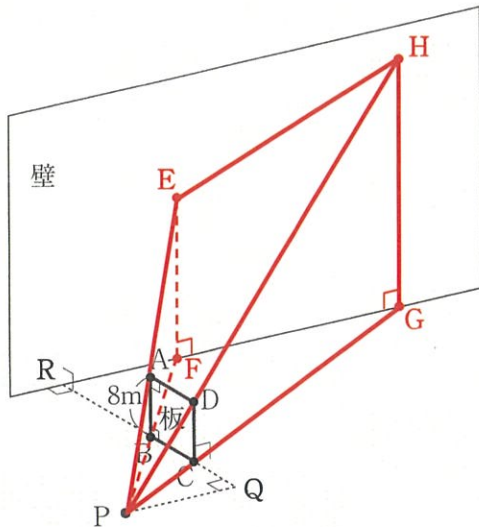


図 1

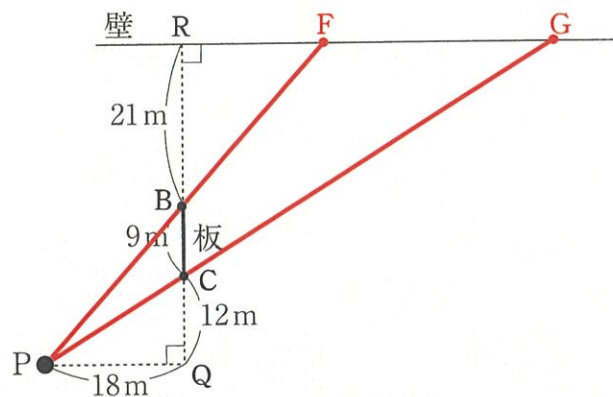


図 2

$\triangle PQB$ と $\triangle FRB$ は相似で，相似比は $BQ : BR = (9+12) : 21 = 1 : 1$ です。

$\triangle PAB$ と $\triangle PEF$ も相似で，相似比は $PB : PF = 1 : (1+1) = 1 : 2$ です。

よって，辺 EF の長さは， $EF = AB \times 2 = 8 \times 2 = 16$ m です。

$\triangle PQC$ と $\triangle GRC$ は相似で，相似比は $CQ : CR = 12 : (9+21) = 2 : 5$ です。

$\triangle PCD$ と $\triangle PGH$ も相似で，相似比は $PC : PG = 2 : (2+5) = 2 : 7$ です。

よって，辺 GH の長さは， $GH = CD \times \frac{7}{2} = 8 \times \frac{7}{2} = 28$ m です。

- (2) $\triangle PQB$ と $\triangle FRB$ の相似比が $1 : 1$ であることから， $RF = PQ = 18$ m です。

$\triangle PQC$ と $\triangle GRC$ の相似比が $2 : 5$ であることから， $RG = PQ \times \frac{5}{2} = 45$ m です。

よって，辺 FG の長さは， $FG = RG - RF = 45 - 18 = 27$ m です。

四角形 EFGH は台形なので，その面積は， $(16 + 28) \times 27 \div 2 = 594$ m^2 です。

- (3) A, B, C, D, E, F, G, H を頂点とする 6 つの面で囲まれた立体は，
 台形 EFGH を底面とする高さが RQ の長さに等しい四角すい P-EFGH から，
 長方形 ABCD を底面とする高さが PQ の長さに等しい四角すい P-ABCD を除いたものです。
 四角すい P-EFGH の体積は， $594 \times (21 + 9 + 12) \div 3 = 8316$ m^3 ，
 四角すい P-ABCD の体積は， $(8 \times 9) \times 18 \div 3 = 432$ m^3 です。
 したがって，求める立体の体積は， $8316 - 432 = 7884$ m^3 です。