2024年度入学試験　算数　第２回　問題解説

洗足学園中学校

$\boxed{1}$ 基本的な計算問題です。

⑴ 計算の順序が正しく行えるかを見る問題です。答えは13です。

⑵ 逆算の問題です。答えは$6\frac{2}{3}$ です。

$\boxed{2}$ 小問集合（標準）です。

⑴　比、⑵　図形の角度、⑶　つるかめ算、⑷　データの活用　の問題です。

各問いの答えは、(1)　240 L、(2) 135度、(3)　16班、(4)　$\frac{1}{4}$　です。

$\boxed{3}$ 小問集合（応用）です。

⑴　通過算、⑵　平面図形、⑶　仕事算、⑷　流水算　の問題です。

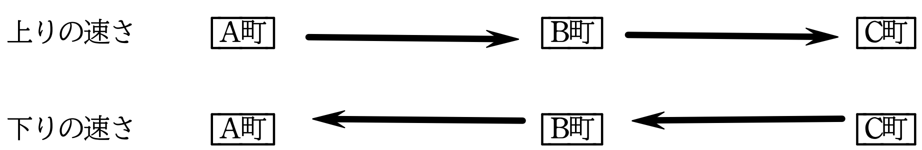
各問いの答えは、(1)　76 m、(2)　6 cm、(3)　58日、(4)　1時間36分　です。

この中から、(3)と(4)について解説します。

⑶ Cさんが1人で1日にする仕事量は$\boxed{1}$とすると、ある仕事の全体量は$\boxed{87}$と表せます。また、Aさんが1人で1日にする仕事量を$\boxed{A}$とすると、Bさんが1人で1日にする仕事量は$\boxed{A}+\boxed{1}$と表せます。

3人が同時に働く日が8回目となるのは、仕事を始めてから85日目なので、その間にAさんは43日、Bさんは29日、Cさんは22日仕事をしています。したがって、$43\times\boxed{A}+29\times(\boxed{A}+\boxed{1})+22\times\boxed{1}=\boxed{87}$ より $\boxed{A}=\boxed{\frac{1}{2}}$ となります。よって、Bさんが1人で1日でする仕事量は$\boxed{\frac{3}{2}}$より、$\boxed{87}\div\boxed{\frac{3}{2}}=58$から、この仕事をBさんが休まずに1人で働くとちょうど58日で終わります。

⑷ 静水時のボートの速さを$\boxed{2}$とすると、B町からC町まで向かう時の静水時のボートの速さは$\boxed{3}$と表せます。川の流れの速さが時速2 kmなので、それぞれの地点へ移動する時の速さは下の図のようになります。



上りも下りもB町とC町にかかる時間は同じなので、進む速さの比も等しくなります。したがって、
$(\boxed{3}-2):(\boxed{2}+2)=1:1$ より、$\boxed{1}=$ 時速4 kmとなります。よって、A町からB町の進む速さは時速$4\times2-2=6$ kmとなるので、A町からB町までの道のりは$6\times\frac{80}{60}=8$ kmとなります。B町からA町に進むとき、エンジンを動かしている12分間の進む速さは時速$4\times2+2=10$ kmより、$10\times\frac{12}{60}=2$ km進み、エンジンを止めている30分間で$2\times\frac{30}{60}=1$ km進むので、3回エンジンを12分間動かし終わったときにちょうどA町に着きます。

以上より、下りでB町からA町にかかった時間は$12\times3+30\times2=96$(分)$=$1時間36分となります。

$\boxed{4}$ 規則性の問題です。

(1) $455=5\times7\times13$ より分母が455であるような既約分数の個数は、 分子が5、 7、 13のいずれの倍数でもないものの個数と等しくなります。 1から455の数の中で、

5の倍数の個数は $455\div5=91$ (個)

7の倍数の個数は $455\div7=65$ (個)

13の倍数の個数は $455\div13=35$ (個)

5かつ7の倍数、つまり35の倍数の個数は $455\div35=13$ (個)

7かつ13の倍数、つまり91の倍数の個数は $455\div91=5$ (個)

13かつ5の倍数、つまり65の倍数の個数は $455\div65=7$ (個)

5かつ7かつ13の倍数、 つまり455の倍数は $455\div455=1$ (個)

したがって、 $455-\{91+65+35-(13+5+7-1)\}=288$(個)となります。

(2) 下のように分母が同じ数の分数で組分けして考えます。

1組目　2組目　3組目　4組目　5組目

$$\frac{1}{1} \mid \frac{1}{2},\ \frac{2}{2} \mid \frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{3} \mid \frac{1}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{4},\ \frac{4}{4} \mid \frac{1}{5},\ \cdots\cdots$$

すると1組目には1個、 2組目には2個、 3組目には3個... のように○組目には○個の分数があることが分かります。

また、4組目の最後までには $1+2+3+4=(1+4)\times4\times\frac{1}{2}=10$ (個) の分数があるといったように、○組目の最後の分数までには $1+2+\cdots\cdots+○=(1+○)\times○\times\frac{1}{2}$(個) の分数があります。

はじめから455番目の分数を求めるので、$(1+○)\times○\times\frac{1}{2}$ が455に近くなるような数を考えます。

○に29が入るときは、$(1+29)\times29\times\frac{1}{2}=435$、○に30が入るときは、$(1+30)\times30\times\frac{1}{2}=465$ より、

455番目の分数は、分母が30である分数の中で小さい順から20番目の数となります。よって $\frac{20}{30}$ となります。

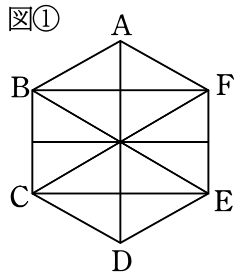
(3) (2) より求める分数の和は、 1組目から29組目までの分数の和に30組目の1番目から20番目までの分数を足したものとなるので、

$$1+\frac{1}{2}\times(1+2)+\frac{1}{3}\times(1+2+3)+\ldots\ldots+\frac{1}{29}(1+2+3+\ldots\ldots+29)+\frac{1}{30}(1+2+3+\ldots\ldots+20)$$

$=1+\frac{3}{2}+2+\frac{5}{2}+\ldots\ldots+\frac{29}{2}+15+\frac{210}{30}=1+2+3+\ldots\ldots+15+\frac{1}{2}\times(3+5+7+\ldots\ldots+29)+7=239$ となります。

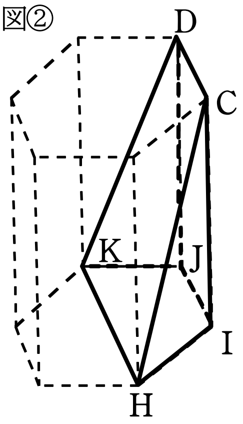
5 立体図形の体積の問題です。

図①



(1) 底面の正六角形を図①のように等しい三角形12個に区切ると、正六角形の$\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$だけ水が入っているので、底面の正六角形の面積は$2160\div54\div\frac{5}{6}=48$ (cm^2)となります。

図②

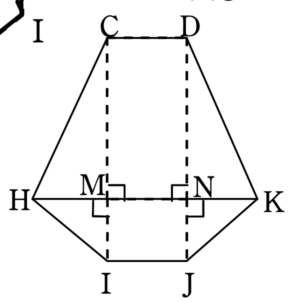


(2) 正六角柱に残った水の容積について考えます。
水の容積は、図②のように底面が正六角形GHIJKLとなるように六角柱を立てたときの実線部分の立体図形の体積と等しくなります。この立体図形は2つの三角すいとその間にある三角柱の3つに分けて考えられます。図③のように見ると三角すいの底面の三角形HIMとJKNの面積はそれぞれ$48\times\frac{1}{12}=4$(cm^2)。四角形IJNMの面積は$48\times\frac{4}{12}=16$ (cm^2)となるので、この立体図形の容積は

$4\times54\times\frac{1}{3}\times2+16\times54\times\frac{1}{2}=576$ (cm^3) となります。

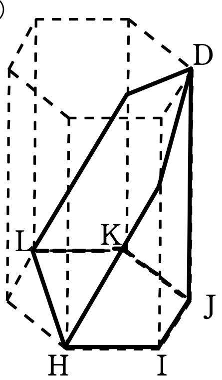
したがって、$2160-576=1584$ (cm^3) 捨てることになります。

図③

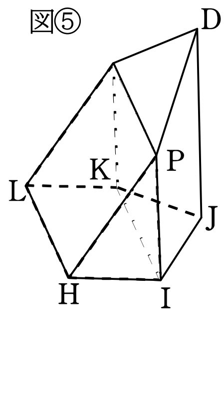


(3) 正六角柱に入っている水の容積について考えます。
(2)と同じように考えると、水の容積は、図④の実線部分の立体図形の体積と等しくなります。この立体図形は三角柱と切断三角柱の2つに分けて考えられます。図⑤のように見ると底面の四角形HIKLの面積は$48\times\frac{8}{12}=32$(cm^2)、三角形IJKの面積は$48\times\frac{2}{12}=8$(cm^2)。また、この立体図形を図⑥のように真横から見ると、HI：HJ＝2：3より、PIの長さは$54\times\frac{2}{3}=36$ (cm)となるので、この立体図形の体積は$32\times36\times\frac{1}{2}+8\times(36+36+54)\times\frac{1}{3}=912$ (cm^3)となります。したがって、$912-576=336$ (cm^3) 加えることになります。

図④



図⑤



図⑥