

算数は計算問題、一行題、そして図形や関数などの大問から構成されています。

配点は、計算問題は 5 点が 2 問、一行題は 5 点が 4 問、7 点が 2 問、記述式の問題は 8 点が 2 問です。大問は合計 20 点の問題が 2 題で、その中の小問の配点は、5 点が 2 問、7 点が 2 問、記述式の問題 8 点が 2 問となります。記述式の問題の採点では、まず答えがまっているかを見ます。答えがっていない場合のみ、途中の考え方を見て、部分点を加えています。

1 基本的な計算問題です。

(1) 計算の順序を的確に行えるかを見る問題です。答えは $66\frac{7}{9}$ です。

(2) 小数と分数が入っているので、このような問題では分数に統一して計算します。答えは $\frac{29}{32}$ です。

2 一行題（基本）です。

(1) 縮尺、(2) やり取り、(3) 面積、(4) 速さ の問題です。

各問いの答えは、(1) は 75 分、(2) は 1000 円、(3) は 6440 cm^2 、(4) は 6、1 です。

3 一行題（応用）です。

(1) 条件整理、(2) 平面図形、(3) 倍数、(4) 年齢 の問題です。

各問いの答えは、(1) は DCAB、(2) は 182.5 cm^2 、(3) は A4 個、B5 個、C7 個、(4) は 12 歳です。

この中から (3) と (4) について解説いたします。

(3) はじめに、A と B の 2 人で 1 日に作る品物の個数を考えます。55 日目には作り終えることができず、56 日目に作り終えていることに注目します。

1 日 8 個作ると仮定すると、 $8 \times 56 = 448$ で 56 日目に作り終えることはできず、1 日 10 個作ると仮定すると、 $10 \times 55 = 550$ で 55 日目までに作り終えてしまいます。

1 日 9 個作ると仮定すると、 $9 \times 55 = 495$ 、 $9 \times 56 = 504$ であるので、55 日目には作り終えることができず、56 日目に作り終えることとなります。よって、A と B の 2 人が 1 日に作る品物の個数は 9 個です。

同様に考えて

A と B の 2 人で 1 日に作る品物の個数は 9 個

A と C の 2 人で 1 日に作る品物の個数は 11 個

B と C の 2 人で 1 日に作る品物の個数は 12 個

となります。このことから、A と B と C の 3 人で 1 日に作る品物の個数は、 $(9 + 11 + 12) \div 2 = 16$ (個)

です。したがって

Aが1日に作る品物の個数は $16 - 12 = 4$ (個)

Bが1日に作る品物の個数は $16 - 11 = 5$ (個)

Cが1日に作る品物の個数は $16 - 9 = 7$ (個)

となります。

(4) 30年前の母の年齢を①とすると、そのときの祖母の年齢は③となり

現在の年齢は 母が ①+30

祖母が ③+30

です。3年後の母の年齢は ①+30+3ですが、これを3で割ると3年後の娘の年齢になるので30年前の母の年齢 ①を3で割れるように△と考え直します。

つまり

現在の年齢は 母が △+30

祖母が △+30

となります。

3年後の母の年齢が △+30+3ですから、3年後の娘の年齢は △+11 となり

現在の娘の年齢は △+11-3 = △+8 です。

現在の祖母、母、娘の年齢の合計が120歳ですから

$$(\triangle + 30) + (\triangle + 30) + (\triangle + 8) = 120$$

したがって

$$13\triangle = 120 - 68 = 52$$

$$1\triangle = 52 \div 13 = 4$$

求める現在の娘の年齢は $1\triangle + 8 = 4 + 8 = 12$ (歳) です。

4 数え上げの問題です。

(1) 3桁の整数Xが4の倍数となるのは

100が4で割り切れるので、下2桁の数が4の倍数のときです。

したがって、下2桁の数は12、16、32、36、52、56の6通りです。百の位は5通り考えられるので $6 \times 5 = 30$ (通り) となります。

(2) 3桁の整数Xが3の倍数となるのは

100と10はそれぞれ3で割ると1余るので、各位の数の和が3の倍数のときです。

したがって、順に書き出してみます。

百の位が1のとき、十の位が1、3、5となると、ここまでの和は2、4、6となり、3で割るとそれぞれ余りは2、1、0です。

百の位		十の位			
1	+	1	=	2	← 3で割ると2余る
1	+	3	=	4	← 3で割ると1余る
1	+	5	=	6	← 3で割り切れる

したがって、一の位に考えられる数は次のようになります。

3で割ると2余る場合は 3で割ると1余る数の1、4、7の3通りが考えられる

3で割ると1余る場合は 3で割ると2余る数の2、5、8の3通りが考えられる

3で割り切れる場合は 3の倍数の0、3、6、9の4通りが考えられる

つまり、百の位が1である3桁の整数Xで3の倍数になるのは、 $3+3+4=10$ （通り）です。

次に、百の位が2のときを考えます。十の位が1、3、5となると、ここまでの和は3、5、7となり、3で割るとそれぞれ余りは0、2、1です。ということは、一の位に考えられる数は、百の位が1の場合と同数になりますから、10通りとなります。

同様に、百の位が3、4、5の場合も、十の位が1、3、5となると、ここまでの和を3で割るとそれぞれ余りは2、1、0のいずれかになります。

したがって、求める総数は $10 \times 5 = 50$ （通り）となります。

(3) 3桁の整数Xが12の倍数となるのは

4の倍数でも3の倍数でもあるときなので、下2桁が4の倍数であり、3つの各位の数の和が3の倍数のときです。

下2桁が4の倍数となるのは12、16、32、36、52、56の6通りで、この2つの位の数の和は3、7、5、9、7、11となります。これらを3で割ると余りは0、1、2、0、1、2となりますので百の位の数として考えられる数は次のようになります。

3で割ると2余る場合は 3で割ると1余る数の1、4の2通りが考えられる

3で割ると1余る場合は 3で割ると2余る数の2、5の2通りが考えられる

3で割り切れる場合は 3の倍数の3の1通りが考えられる

したがって、求める総数は $(2+2+1) \times 2 = 10$ （通り）となります。

5 流水算の問題です。

(1) 結局はメインエンジンのみでA地点からB地点に向かっているので、予定と異なる時間に注目します。

メインエンジンが故障して止まったあと、到着するまでに予定より35分多く時間がかかっています。

この35分間の中で、メインエンジンを動かしている時間は、修理している25分を除いて10分間です。

ということは、静水時にメインエンジンでボートを10分間で動かす距離が、川の流れてボートが35分間で下流に流された距離と等しいので

$$(\text{川の流れの速さ}) \times 35 = (\text{ボートの静水時の速さ}) \times 10$$

が成り立ちます。したがって

$$(\text{川の流れの速さ}) : (\text{ボートの静水時の速さ}) = 10 : 35 = 2 : 7$$

求める比は 2 : 7 です。

(2) 問題文より、メインエンジンが故障した地点からB地点までをサブエンジンのみで進むとメインエンジンのみで進む時より25分多くかかります。A地点からB地点までをサブエンジンのみで進めるとメインエンジンのみで進む時より40分多くかかります。ということは、この差の $40 - 25 = 15$ （分）は、A地点からメインエンジンが故障した地点までボートが進むのに、サブエンジンのみの方が多くかかる時間を表しています。メインエンジンのみだと30分かかかる距離ですが、この距離をサブエンジンのみだと $30 + 15 = 45$ （分）かかることとなります。つまり

$$(\text{メインエンジンでのボートの速さ}) \times 30 = (\text{サブエンジンでのボートの速さ}) \times 45$$

が成り立ちます。したがって

(メインエンジンでのボートの速さ) : (サブエンジンでのボートの速さ) = 45 : 30 = 3 : 2
 となります。しかし、これは川の流の影響がある流水時のボートの速さの比です。

メインエンジンのみで動かしたボートの静水時の速さを メ 、サブエンジンのみで動かしたボートの静水時の速さを サ 、川の流の速さを 川 と表すことにすると、以下のようになります。

$$(\text{メ} - \text{川}) : (\text{サ} - \text{川}) = 3 : 2 \quad \dots\dots\text{①}$$

(1)より $\text{川} : \text{メ} = 2 : 7$ でしたので、 $\text{川} : (\text{メ} - \text{川}) = 2 : (7-2) = 2 : 5 \quad \dots\dots\text{②}$

①と②より

$$\begin{array}{rcccc} \text{川} & : & (\text{メ} - \text{川}) & : & (\text{サ} - \text{川}) \\ 2 & : & 5 & & \\ & & 3 & : & 2 \\ \hline 6 & : & 15 & : & 10 \end{array}$$

よって $\text{メ} : \text{サ} = (15+6) : (10+6) = 21 : 16$ より

求める比は 21 : 16 となります。

(3) A 地点からメインエンジンが故障した地点までの距離とメインエンジンが故障した地点から B 地点までの距離の比は、サブエンジンで進むときの遅れる時間の比の 15 (分) : 25 (分) = 3 : 5 に等しく、この距離をメインエンジンで進む時間の比にも等しいので

A 地点からメインエンジンが故障した地点までメインエンジンで 30 分かかる

メインエンジン故障した地点から B 地点までメインエンジンで 50 分かかる

こととなります。したがって、予定では A 地点から B 地点まで 30+50=80 (分) かかります。

また、(2)より $\text{川} : \text{メ} : \text{サ} = 6 : 21 : 16$ です。

メインエンジンのみ使用した場合の流水時のボートの速さとメインエンジンとサブエンジンの両方を使用した場合の流水時のボートの速さの比は

$$(\text{メ} - \text{川}) : (\text{メ} + \text{サ} - \text{川}) = (21-6) : (21+16-6) = 15 : 31$$

速さの比が 15 : 31 のとき、同じ距離を進むのにかかる時間の比は 31 : 15 ですからメインエンジンのみ使用した場合は 80 分かかるので

$$80 \div 31 \times 15 = \frac{1200}{31} = 38\frac{22}{31} \quad (\text{分})$$

求める時間は $38\frac{22}{31}$ (分) となります。

解説は以上です。