

算数は計算問題、一行題、そして図形や関数などの大問から構成されています。

配点は、計算問題は5点が2問、一行題は5点が4問、7点が2問、記述式の問題は8点が2問です。大問は5点が2問、7点が2問、記述式の問題8点が2問となります。また、記述式の問題を4問出題しています。その記述式の問題の採点では、まず答えがっているかを見ます。答えがっていない場合のみ、途中の考え方を見て、部分点を加えています。

1 基本的な計算問題です。

(1) 計算の順序を的確に行えるかを見る問題です。答えは 30 です。

(2) 小数と分数が入っているので、このような問題では分数に統一して計算します。答えは $\frac{5}{24}$ です。

2 一行題（標準）です。

(1) 年れい算、(2) 整数の性質、(3) 食塩水の濃度、(4) 平面図形 の問題です。

各問いの答えは、(1) は 18 人、(2) は $\frac{12}{29}$ 、(3) は 2 %、(4) は 147 cm^2 です。

3 一行題（応用）です。

(1) 速さ、(2) 倍数、(3) 売買、(4) 周期算 の問題です。

各問いの答えは、(1) は 12分後、(2) は 136個、(3) は 5本、(4) は 63分20秒 です。

この中から3 (3) と (4) について解説いたします。

(3) 赤のペンは、3本でセットになっているので、赤のペンの本数は3の倍数です。すべてのペンの合計本数は20本なので、赤のペンの本数として考えられるのは、18、15、12、9、6、3、0のいずれかです。黒のペンの購入価格は120円の2割引きの96円です。赤のペンを買ったとき、2040円の残額に注目すると、黒のペンは1本96円で購入しているため、黒のペンの本数は5の倍数であることも発見できます。

以上のことから合計金額と合計本数とにあてはまる組み合わせを考えると、赤のペンが9本（3セット）、黒のペンが5本、青のペンが6本となります。この問題では黒のペンの本数を聞いているので、答えは5本です。

(4) 管 A で 1 分間に入る水の量を p 、管 B で 1 分間に入る水の量を q とすると、42 分で入る水の量は $(5p+7q) \times 3 + 5p + q \cdots \textcircled{1}$ 、125 分で入る水の量は $(5p+7q) \times 10 + 5p \cdots \textcircled{2}$ です。42 分で全体の $\frac{1}{3}$ 、125 分で満水となることから、 $\textcircled{1}$ の 3 倍が $\textcircled{2}$ と等しくなります。ここから、 $4q = 5p$ という関係が導けます。 $\textcircled{2}$ をすべて q で表すと $114q$ となるので、空の水そうにはじめから管 A と管 B の両方を使用したときにかかる時間は、 $114q \div (q + \frac{4}{5} \times q) = 63 \frac{1}{3}$ から、答えは 63 分 20 秒となります。

4 平面図形の問題です。

(1) 図形 A の周の長さは、半径 3 cm、中心角 60° のおうぎ形の弧の長さの 3 つ分になります。

答えは 9.42 cm です。

(2) 図形 A が円周上を動くとき、図形 A が通った部分の外周は円になります。図形 A が通過した部分の面積は、半径 $(9 + 3)$ cm の円の面積から、半径 9 cm の円の面積を引いて、 197.82 cm^2 です。

(3) 図形 A が図形 B の外側を回転したとき、その外周は下の図 1 のように半径の異なる弧を描きます。このとき、赤の弧の円の半径は $(x + 3)$ cm、青の弧の円の半径は 3 cm です。まず、 x の長さを求めます。下の図 2 のアの角度は正五角形の内角から考えて 36° です。図形 B の周は図形 A の周の 3 倍であることから、(1) と合わせて x は 9 cm とわかります。

図 1

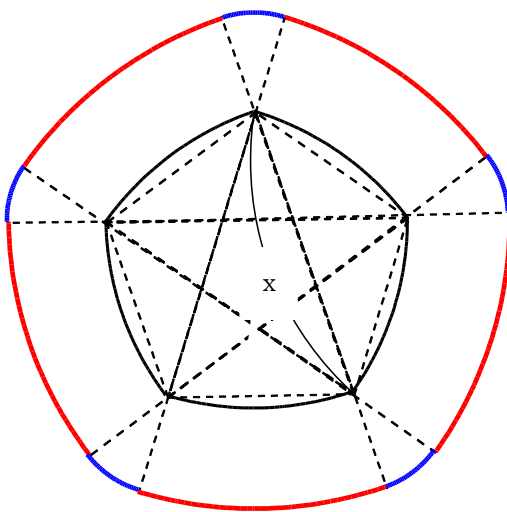
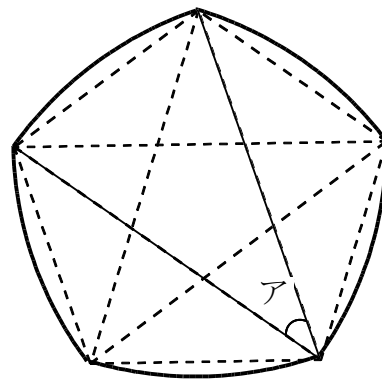


図 2



以上から、図形 A が通過した部分の面積を考えると

外周が赤の部分

外周が青の部分

$$\left(\text{半径 } 12 \text{ cm の円} - \text{半径 } 9 \text{ cm の円} \right) \times 3.14 \times \frac{36}{360} \times 5 + 3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{36}{360} \times 5$$

となるので、通過部分の面積は 113.04 cm^2 です。

5 整数の問題です。

(1) (B) では 4 と 9 が使えません。この方法で表せる 1 桁の整数は 7 通り、2 桁の整数は (十の位は 0 を除くので) $7 \times 8 = 56$ (通り)、また、3 桁の整数で百の位が 1 および 2 となるのが各 $8 \times 8 = 64$ (通り)、ここまでで $7 + 56 + 64 + 64 = 191$ 個の整数があります。よって (B) での 303 は、(A) では 195 となります。答えは 195 です。

(2) (C) では 4 と 6 と 9 が使えません。残りの 7 つの整数で作られる 216 番目の整数を求めていきます。1 桁の整数は 6 通り、2 桁の整数は $6 \times 7 = 42$ (通り)、3 桁の整数で百の位が 1 であるものは $7 \times 7 = 49$ (通り)、百の位が 2 と 3 であるものも同様に各 49 通りあり、ここまでで 195 個の整数があります。百の位が 5 で十の位が 0 の整数は 7 通り、十の位が 1 と 2 の整数も各 7 通り、ここまでで 216 個あります。(A) での 216 は、(C) では百の位が 5、十の位が 2 の最後の整数なので 528 です。

(3) 各位について問題文から以下のことが分かります。

一の位は (A) $\xrightarrow{+5}$ (B) $\xrightarrow{+3}$ (C) から、(C) の一の位は 8 以上です。(C) では 9 を使えないので (C) の一の位は 8 と決定します。このとき (B) の一の位は 5 です。

百の位は (A) $\xrightarrow{+2}$ (B) $\xrightarrow{+3}$ (C) から、(C) の一の位は 6 以上です。(C) では 6 と 9 を使えないので (C) の百の位は 7 か 8 に絞られます。さらに (B) では 4 と 9 を使えないので (C) の百の位は 8 に絞られます。

このとき (A) (B) (C) の 3 桁の整数は

(A) $3\square 0$ (B) $5\triangle 5$ (C) $8\star 8$

です (\square 、 \triangle 、 \star には 0 から 9 までのいずれかの整数が入ります)。これにあてはまる十の位の整数を見つけっていきます。答えは 808 です。

解説は以上です。