

算数は計算問題、一行題、そして図形や関数などの大問から構成されています。

配点は、**①**計算問題は5点が2問、**②**一行題は5点が4問、**③**7点が2問、記述式の問題8点が2問です。大問の**④**と**⑤**はそれぞれ5点、7点、記述式の問題8点が1問となります。

また、記述式の問題の採点では、まず答えがあっているかを見ます。答えがあっていない場合のみ、途中の考え方をみて、部分点を加えています。

**①** 計算問題です。

(1) 計算の順序を的確に行えるかを見る問題です。答えは151です。

(2) 小数と分数が入っているので、このような問題では分数に統一して計算します。答えは3です。

**②** 一行題（標準）です。

(1) 速さ、(2) つるかめ算、(3) 数列（周期性）、(4) 平面図形の問題です。

各問いの答えは、(1) 分速72 m、(2) 73枚、(3) 331個、(4)  $190\text{ cm}^2$ です。

**③** 一行題（応用）です。

(1) 空間図形、(2) 流水算、(3) 重なる面積、(4) 整数の問題です。

各問いの答えは(1)  $9\text{ cm}^3$ 、(2) 77%、(3)  $1320\text{ cm}^2$ 、(4) 35,105,315です。

この中から(3) (4)を解説します。

(3)は、長方形の紙を貼り合わせる問題です。

同じ向きに貼り合わせるので、長方形を横長に置く場合と縦長に置く場合の紙の枚数を考えます。

横長に置いた場合、必要な紙の枚数は24枚、

縦長に置いた場合、必要な紙の枚数は26枚ですので、

なるべく少ない枚数で敷き詰めるためには、紙を横長に置いて重ねていきます。

ここで、のりしろの縦と横の合計の長さを考えます。

赤い部分の縦の長さの合計は、長方形の縦12 cmの3枚分から、出来上がりの縦28 cmを引いた、8 cm

青い部分の横の長さの合計は、長方形の横20 cmの8枚分から、出来上がりの横150 cmを引いた、10 cmです。

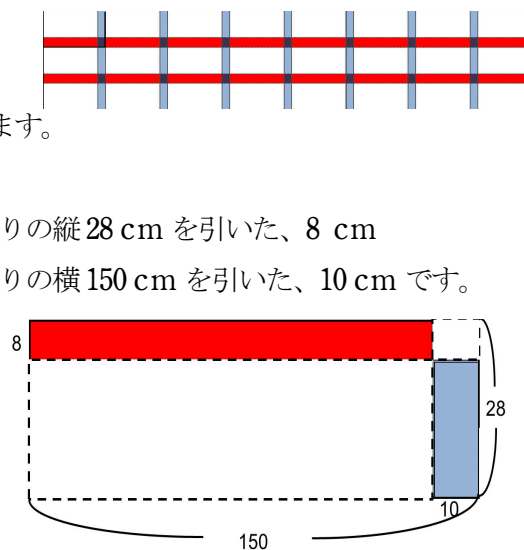
こののりしろを、右図のように端に寄せて面積を考えます。

紙が2枚だけ重なっているのは、図の赤色と青色の部分です。

赤の部分の面積は、縦8 cm、横 $150 - 10 = 140\text{ cm}$ の長方形

青の部分の面積は、縦 $28 - 8 = 20\text{ cm}$ 、横10 cmの長方形です。

したがって、求める面積はこれらの和で 答えは $1320\text{ cm}^2$ となります。



(4) は組み合わせの問題です。

「約分してAの分子が16となる」という条件から、数字の2に注目して考えます。

(i) 分子に8を選ぶ場合

分子にあと1個以上の2が必要なので、分子の残りの□に、残っている偶数を入れることを考えます。

$$A = \frac{8 \times \text{偶} \times \square \times \square}{\square \times \square \times \square \times \square}$$

(ア) 偶数の□に、2か6を入れた場合、残りの□は6個あるので、偶数が1個以上入ります。

この場合を調べてみると、どのように残りの偶数を配置しても、分子の2の個数は4個になりません。

(イ) 偶数の□に4を入れる場合、この時点で、分子の2は5個あります。分母に2を1個だけ持ってくれば、約分して最終的な分子の2の個数は4個になります。

(イ)–① 分母の偶数の□に、2を入れた場合

分子に1と3、分母に5と7と9を選びます。この場合、Aは $\frac{16}{105}$ となり条件にあてはまりません。

(イ)–② 分母の偶数の□に、6を入れた場合

分子に1と9、分母に3と5と7を選びます。この場合、Aは $\frac{16}{35}$ となり条件にあてはまりません。

分子に1と3、分母に5と7と9を選びます。この場合、Aは $\frac{16}{315}$ となり条件にあてはまりません。

(ii) 分子に8を選ばない場合

$2 \times 4 \times 6$ のなかに、2は4個あります。

残りの□には、すべて奇数が入ります。

また、分子の□に入れるのは、1か3のみです。

分子が1の場合と、分子が3の場合のAをそれぞれ考えると、

$$\frac{2 \times 4 \times 6 \times 1}{3 \times 5 \times 7 \times 9} = \frac{16}{315} \quad \text{と} \quad \frac{2 \times 4 \times 6 \times 3}{1 \times 5 \times 7 \times 9} = \frac{16}{35} \quad \text{となり条件にあてはまりません。}$$

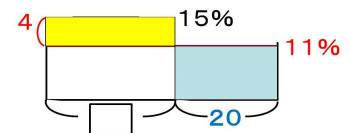
$$A = \frac{2 \times 4 \times 6 \times \square}{\square \times \square \times \square \times \square}$$

以上から、分子が16になったAをすべて挙げていくと、分母として出てくるのは、35, 105, 315の3種類となります。

4 は食塩水の濃度の問題です。

(1) では、はじめにあった食塩水の濃度を聞いています。

10秒後には水が20g足されていて濃度が11%であることから、はじめの食塩水を□gとすると、□は55と分かります。



(2) では、40秒後の濃度を聞いています。35秒後から10秒間は

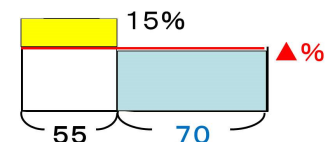
食塩水は流出しているだけなので濃度に変化はありません。

よって35秒後の濃度を求めればよいことになります。

35秒後では、水が70g足されています。

また、(1)からはじめにあった食塩水は55gですから、

▲にあてはまるのは、6.6と分かります。



(3) では、45 秒後より後で、はじめと同じ食塩の量になるタイミングを考えています。

初めにあった食塩の量は、55 g の 15 % なので、8.25 g です。

45 秒後を考えると、35 秒後に 125 g あった食塩水が毎秒 5 g ずつ 10 秒間減るので、総量は 75 g、食塩の量は、その 6.6 % なので 4.95 g です。よって 45 秒後では、はじめから 3.3 g の食塩が減っていることが分かります。

45 秒後より後には、11 % の食塩水が毎秒 2 g ずつ加わります。よって、3.3 g になるまで 15 秒かかります。

はじめから考えると、60 秒後となります。

⑤ は、倍数のランプのスイッチを押していく問題です。

1 の倍数では、すべてのランプのスイッチが押されます。2 の倍数では、2, 4, 6, 8……と 2 の倍数のランプが押されます。3 の倍数では、3, 6, 9, ……と 3 の倍数のランプが押されます。

このように、400 の倍数まですべて考えていったとき、ある番号のランプが押されたかを番号で考えてみます。

番号 1 のランプは 1 のみ、番号 2 のランプは 1 と 2、番号 3 のランプは 1 と 3、番号 4 のランプは 1 と 2 と 4

このように、番号の約数回目の操作でスイッチが押されていることに気が付きます。

(1) 144 番のランプは 144 の約数回目で押されるので、144 の約数を  $1 \times 144$  のペアから順にすべて挙げてみると、 $9 \times 16$  のペアのあとに  $12 \times 12$  があり、すべての約数の個数は 15 個です。よって答えは 15 回です。

(2) では、3 回スイッチを押す、すなわち約数が 3 個である数が何個あるかを聞いています。

(1) の実験で見てきたことから、小さい番号で 3 回スイッチが押されるのは、4 と 9 です。

4 と 9 の構造に注目すると、同じ数が 2 回、かけ合わされています。このような構造で次の数は  $4 \times 4$  の 16 ですが、16 の約数は 5 個であり、3 個ではありません。ここまで見てきたことから、約数が 3 個である数は、1 と自分自身以外に約数を持たない数、すなわち素数を 2 回かけた数だと分かります。

400 以下でこのような数は、 $2 \times 2$  の 4 から順に調べていくと、

4, 9, 25, 49, 121, 169, 289, 361 の 8 個だけであることが分かります。答えは、8 個です。

(3) 点灯数か消灯数の考えやすい方を考えます。

奇数回スイッチが押されるランプはどのような数が考えてみると、約数の出方と関係があります。

(1) で 144 の約数の出方を思い出すと、1 と 144、2 と 72 のように 2 つずつペアでできており、最後に  $12 \times 12$  と同じ数が出てきたときのみ、約数の個数は奇数個になります。よって、約数の個数が奇数個になるのは、同じ数を 2 回かけた数と分かります。1 から 400 までで、このような数は、 $1 \times 1$  から、 $20 \times 20$  の合計 20 個です。

これが消灯している個数ですので、求める点灯している個数は、400 から 20 を引いて 380 個となります。

解説は以上です。