算数　第２回　問題解説

洗足学園中学校

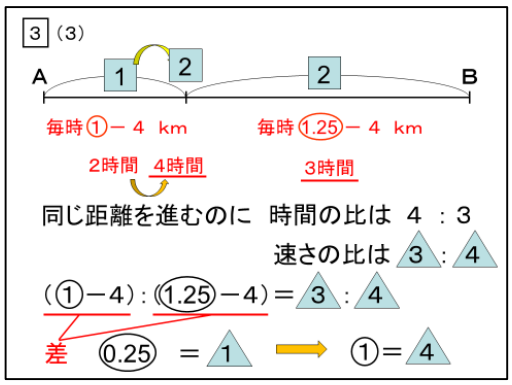
算数は計算問題、一行題、そして図形や関数などの大問から構成されています。
配点は、[1]計算問題は 5 点が 2 問、[2]一行題は 5 点が 4 問、[3]7 点が 2 問、記述式の問題 8 点が 2 問です。大問の[4]と[5]はそれぞれ 5 点、7 点、記述式の問題 8 点が 1 問となります。
また、記述式の問題の採点では、まず答えがあっているかを見ます。答えがあっていない場合のみ、途中の考え方を見て、部分点を加えています。

[1]　計算問題です。
（１）計算の順序を的確に行えるかを見る問題です。答えは 180 です。
（２）小数と分数が入っているので、このような問題では分数に統一して計算します。
答えは$\frac{2}{3}$です。

[2]　一行題（標準）です。
（１）年齢算（２）食塩水の濃度の問題（３）植木算（４）平均の問題です。
各問いの答えは、（１）36 歳、（２）420ｇ、（３）40cm、（４）㋐ 3 ㋑ 4 です。

[3]　一行題（応用）です。
（１）時計算、（２）平面図形の面積の問題、（３）流水算、（４）旅人算の問題です。
各問いの答えは（１）6 時$27\frac{9}{13}$分　（２）5.72cm²（３）72km　（４）56 分後です。

この中から、[3]の（３）と（４）を解説いたします。



（３）は流水算の問題です。川の流れに逆らって船が進むとき、実際に船が進む速度は、船の静水時の速さよりも川の流れの速さの分だけ遅くなります。

船の静水時での速さを毎時①km とすると、はじめに全体の$\frac{1}{3}$の距離を進んだ時の速さは、毎時①－4 km、残りの距離を進んだ時の速さは、船の速さが 25%増しているので毎時 1.25－4 km と表すことができます。

ここで、進む距離をそろえます。前半の速さで後半と同じ距離を進むのには 4 時間かかることになるので、かかる時間の比は 4：3。その逆比が船の進む速さの比になります。

つまり、(①－4) : (1.25 －4) = 3 : 4 であり、進む速さの差の 0.25 が比の差の 1 にあたることが分かります。よって、①が 4 と等しくなります。

船の静水時の速さは①としたので、前半の速さの①－4 は比の 3 にあたるので、川の流れの速さ毎時 4km は、比の 1 と等しくなります。したがって、船の静水時の速さは毎時 16 km です。よって、AB 間の距離は$(16-4)\times2+(16\times1.25-4)\times3=24+48=72$より、72 km となります。

（４）は、旅人算です。

A さんと B さんがそれぞれ P 町、Q 町から出発して出会うまでにかかる時間を求めます。その際、2 人が休みながら移動することに注意して計算します。

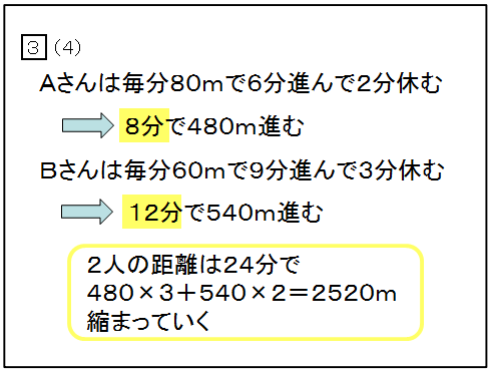
A さんは毎分 80 m で 6 分進んで 2 分休むことを繰り返し、B さんは毎分 60 m で 9 分進んで 3 分休むことを繰り返しているので、A さんは 8 分で 480 m、B さんは 12 分で 540 m 進むということが分かります。8 と 12 の最小公倍数 24 に注目すると、2 人の距離は 24 分ごとに 2520m ずつ縮まっていきます。

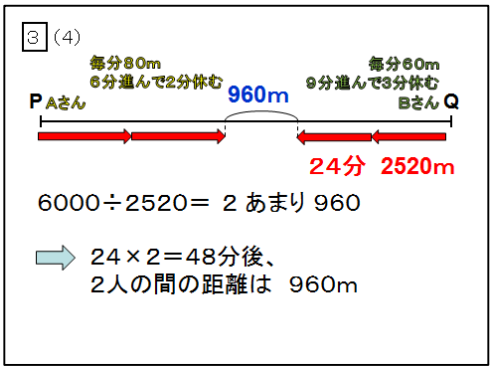
6000÷2520=2…960 より、48 分後に 2 人の間の残りの距離が 960 m になることが分かります。

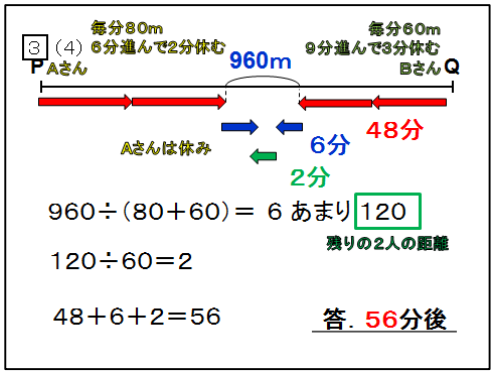
この道のり 960 m を A さんと B さんがそれぞれ毎分 80 m、60 m で進むので、960÷(80+60)＝6…120 より、6 分進んだあと、2 人の間にはさらに 120 m 残っていることが分かります。

A さんは 6 分進んで 2 分休みますので、残りの距離 120 m を B さんだけが進みます。すると 120÷60＝2 より B さんは 2 分で A さんに出会うことが分かります。

したがって、A さんと B さんが出会うまでに 48+6+2＝56 分かかることが分かります。答えは 56 分後です。







4　数列の問題です。

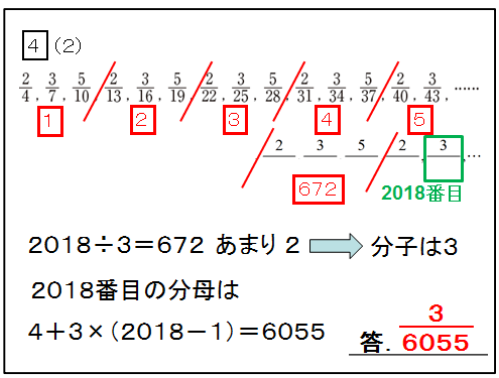
（1）は $\frac{2}{1111}$ がこの数列の中で何番目かを求める問題です。

分母の数に注目すると、4 をはじめの数として 3 ずつ大きくなっていることが分かります。したがって□回目に 1111 になったとすると、4+3×(□−1)=1111。逆算すると□=370 であることが分かります。答えは 370 番目です。

（2）このように規則的に変化している数列の問題はいくつかのグループに分けて考えます。

分子は 2，3，5 と 3 つの数字を繰り返しているので、3 つの分数ごとにこの数列を分け、1 番目のグループ、2 番目のグループ…として考えます。

すると 2018 番目は 2018÷3＝672…2 より、673 番目のグループの 2 番目の数であることがわかるので、2018 番目の分数は 3 となります。



分母は（1）と同様にして 2018 番目の数を求めると、4+3×(2018−1)＝6055。

答えは $\frac{3}{6055}$ です。

（3）は 2018 番目までにいくつ約分できない分数があるかを数える問題です。

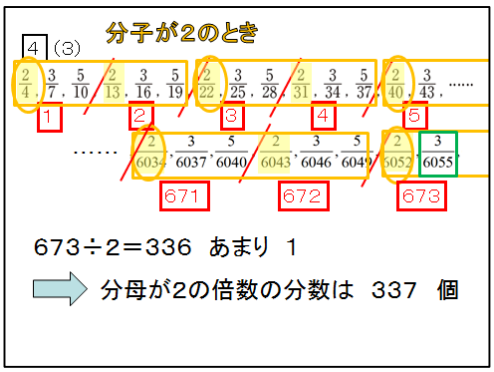
分子は 2，3，5 の 3 通りなので、それぞれの場合で分母が 2，3，5 で割れるかどうかを考えます。ここでは数えやすい約分できる分数を数えて、全体の 2018 から引いて求めます。

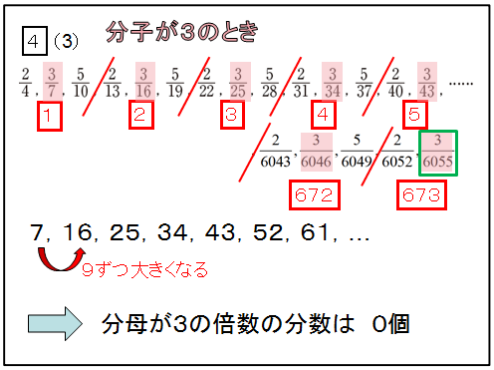
まず分子が 2 のときを考えます。分子が 2 のとき、分母が 2 の倍数となるのは 2 グループに 1 個です。よって、$673\div2=336\cdots1$ より、672 番目までに 336 個約分できる分数があり、673 番目のグループの分数も約分できるので、2 の倍数は全部で 337 個あることが分かります。

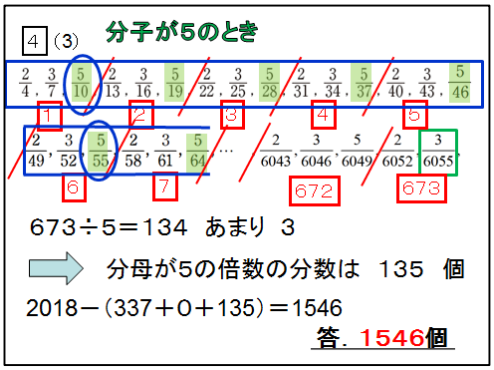
次に分子が 3 のときを考えます。このとき、分母は 7, 16, 25, 34, …と 3 の倍数ではない 7 をはじめの数として 9 ずつ大きくなっていることから、どの数も 3 の倍数でない、すなわち分子が 3 のときはどの分数も約分できないことが分かります。したがって、分子が 3 の分数で約分できるのは 0 個です。

最後に分子が 5 のときを考えます。分子が 5 のとき、分母が 5 の倍数となるのは 5 グループに 1 個なので、$673\div5=134\cdots3$ より、分子が 5 のとき分母に 5 の倍数があるのは 135 個であることが分かります。

以上より、約分できない分数の個数は全体から約分できる分数を引いて 1546 個です。







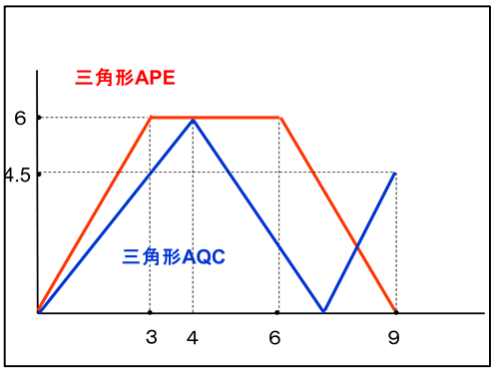
5　平面図形の問題です。

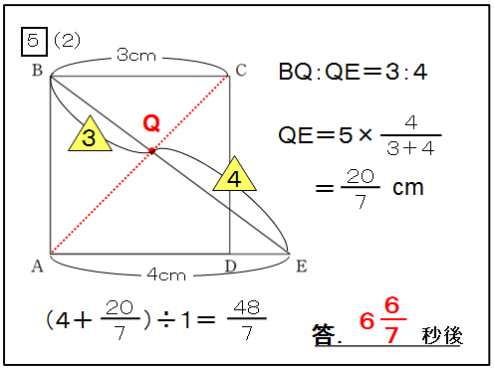
この問題は点 P が正方形のまわりを、点 Q が直角三角形のまわりを毎秒 1 cm の速さで移動し、そのときの三角形 APE と三角形 AQC の面積について考えます。まず、2 つの三角形の面積の変化を調べると、右のようなグラフになります。

（1）では 1 回目に面積が等しくなるときを求めるので、はじめて 2 つのグラフが交わる部分を考えます。したがって、答えは 4 秒後です。

（2）3 点 A, Q, C が一直線上にあるとき、つまり AC と BE が交わった点に Q が来るときを考えます。

三角形の相似より、BQ と QE の長さの比は 3：4、すなわち QE の長さは $\frac{20}{7}$ cm です。点 Q は 3 点が一直線上になるまでに $4+\frac{20}{7}=\frac{48}{7}$ (cm) 進んでいるので、$\frac{48}{7}$ 秒、すなわち $6\frac{6}{7}$ 秒後かかることが分かります。

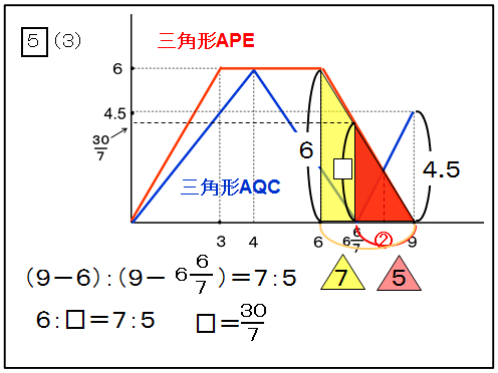




（3）2回目に面積が等しくなるときの時間を求めます。

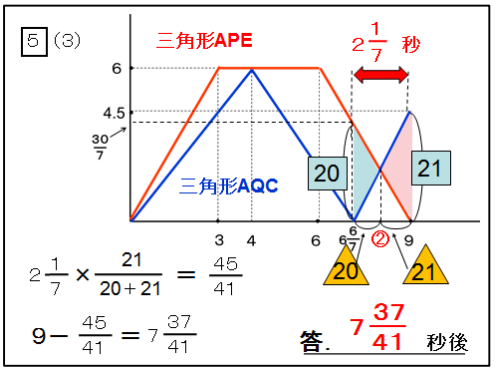
ここでは、このグラフ上の三角形の相似を利用して求めます。

右の図の2つの直角三角形（ と ）の相似を利用すると、底辺の比が7：5なので高さの比も7：5となり、□にあてはまる数字は$\frac{30}{7}$となります。



したがって、グラフ上の2つの三角形（ と ）の相似比は20：21であることが分かります。ここで または の値を求めますが、かけられる数$2\frac{1}{7}$の分母が7であることに注目すると、21をかけると計算がしやすくなります。

したがって にあたる数字が$\frac{45}{41}$ですから、2回目に面積が等しくなる時間は$9-\frac{45}{41}=7\frac{37}{41}$秒後です。



解説は以上です。