算数　第3回　問題解説

洗足学園中学校

算数は計算問題、一行題、そして図形や関数などの大問から構成されています。

配点は、$\boxed{1}$計算問題は5点が2問、$\boxed{2}$一行題は5点が4問、$\boxed{3}$7点が2問、記述式の問題8点が2問です。大問の$\boxed{4}$と$\boxed{5}$はそれぞれ5点、7点、記述式の問題8点が1問となります。

また、記述式の問題の採点では、まず答えがあっているかを見ます。答えがあっていない場合のみ、途中の考え方を見て、部分点を加えています。

$\boxed{1}$　計算問題です。

（1）　計算の順序を的確に行えるかを見る問題です。答えは8です。

（2）　小数と分数が入っているので、このような問題では分数に統一して計算します。
答えは6です。

$\boxed{2}$　一行題（標準）です。

（1）過不足算　（2）旅人算　（3）数列（規則性）　（4）植木算　の問題です。

各問いの答えは、（1）97個　（2）1152 m　（3）183　（4）8 cm　です。

$\boxed{3}$　一行題（応用）です。

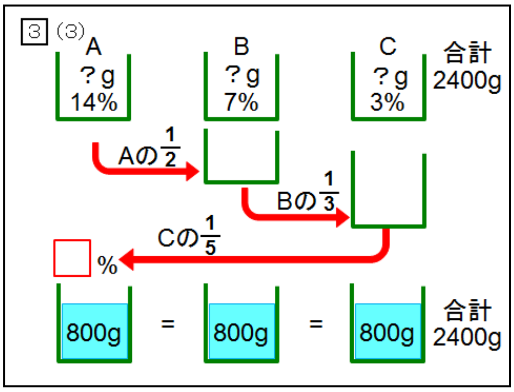
（1）整数の性質、（2）平面図形の面積、（3）食塩水の濃度、（4）和差算　の問題です。

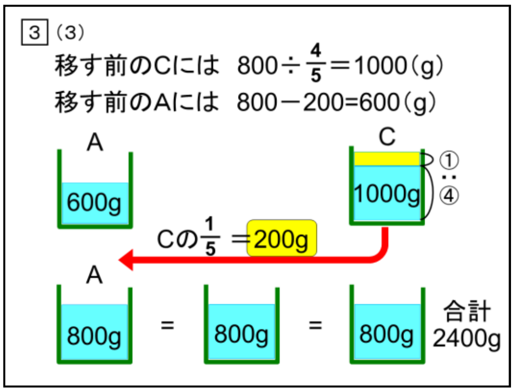
各問いの答えは、（1）　19通り、（2）13cm、（3）12%、（4）21回です。

この中から（3）と（4）について解説いたします。

（3）順に14%、7%、3%の食塩水が入った容器A、B、Cがあり、ここから、Aの$\frac{1}{2}$をBに、Bの$\frac{1}{3}$をCに、Cの$\frac{1}{5}$をAに移したところ、A、B、Cの食塩水の重さが等しくなりました。そのときのAの濃度を求める問題です。重さの合計が2400 gなので、最後、A、B、Cは800 gずつであることが分かります。ここから順番に遡って、最初A、B、Cにはそれぞれ何g入っていたかを求めていきます。

まず、直前の状態を考えます。Cから、Cの$\frac{1}{5}$をAに移した結果、Cは800 gになったので、移す前のCには、1000 gあったことが分かります。また、1000 gの$\frac{1}{5}$である200 gをAに移してAも800 gになったので、移す前のAには、600 gあったことが分かります。

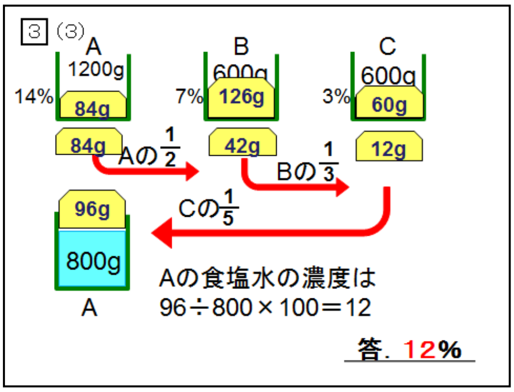




さらにその前の状態を考えます。B から、B の $\frac{1}{3}$ を C に移した結果、B は 800 g になったので、移す前の B には、1200 g あったことが分かります。また、1200 g の $\frac{1}{3}$ である 400 g を C に移して C は 1000 g になったので、移す前の C には、600 g あったことが分かります。

同様にして、さらにその前、つまり最初の状態を考えると、移す前の A には 1200 g 、B には 600 g あったことが分かります。

A、B、C の最初の重さが、それぞれ 1200 g 、600 g 、600 g であることが分かったので、今度は食塩の重さに注目して、それぞれ何 g 移動したかを調べていきます。最初、A、B、C の食塩水の濃度は、それぞれ 14%、7%、3%だったので、食塩の重さは A、B、C それぞれ、168 g 、42 g 、18 g です。ここから、A の $\frac{1}{2}$ を B に、B の $\frac{1}{3}$ を C に、C の $\frac{1}{5}$ を A に移すと、最終的に A には 96 g の食塩が溶けていることが分かります。したがって、求める A の食塩水の濃度は 12%です。

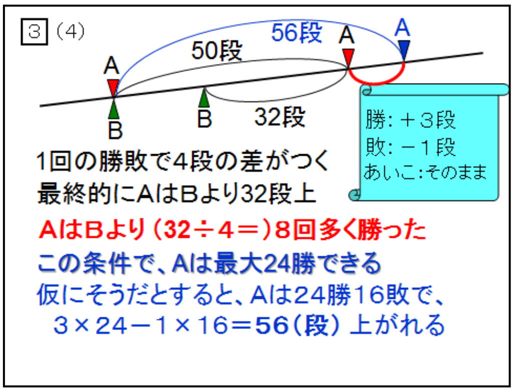


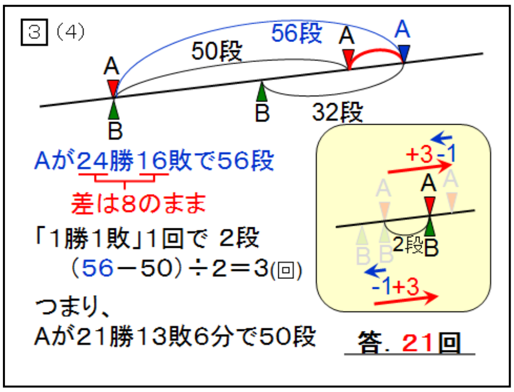
(4) A、B の 2 人が、勝つと 3 段上る、負けると 1 段下がる、あいこのときは 2 人とも動かないといったルールで 40 回じゃんけんをしたところ、始めたときより A は 50 段上がり、B よりも 32 段上にいました。このとき、A さんが何回勝ったかを求める問題です。

まず、じゃんけんで一方が勝てば、もう一方は必ず負けなので、1 回の勝敗で 4 段の差がつきます。最終的に A は B より 32 段上にいたので、ここから、A は B より 8 回多く勝ったことが分かります。40 回のじゃんけんで、A は B より 8 回多く勝ったわけですから、考えらえる A の勝った回数は最大で 24（回）です。

仮に、A が 24 勝 16 敗したとすると、56 段上がったことになり、実際の 50 段とは 6 段の差が生まれてしまいます。つまり、これでは A が勝ち過ぎたわけですから、ここから A の勝った回数を減らしていくことを考えます。

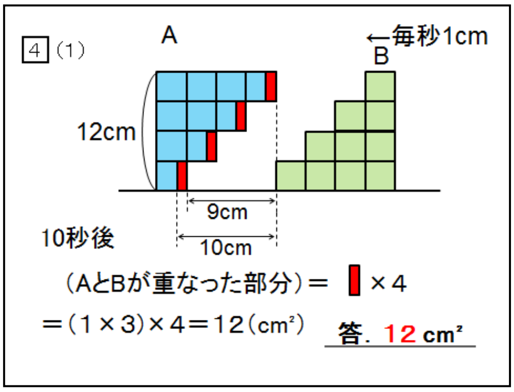
ただし、A の勝った回数だけを減らしてしまうと、勝った回数と負けた回数の差が 8 ではなくなってしまうので、勝ちと負けを同じ回数ずつ減らしていきます。A も B も、「1 勝 1 敗」1 回分で、2 段上がることに注意すると、差の 6 段は、「1 勝 1 敗」が 3 回あったといえるので、結果、A は 21 勝 13 敗 6 引き分けであったといえます。よって、答えは 21 回です。





$\boxed{4}$ 図形と速さの融合問題です。

図のような階段状に並んだ２つの図形Ａ､Ｂがあり、Ｂが A に向かって毎秒 1cm の速さで動きます。

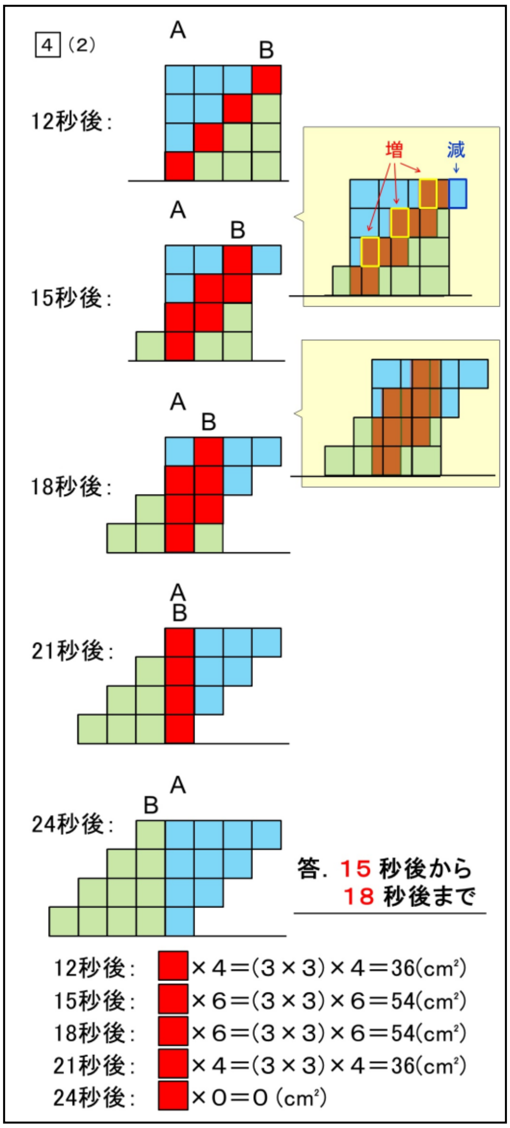


(1) Ｂが動き始めてから 10 秒後の A と B が重なった部分の面積を求めます。10 秒後の状態は各段 1cm ずつ重なるので、求める面積は 12cm²になります。

(2) 図形Ａと B が重なった部分の面積が最大になるときの時間を求めます。

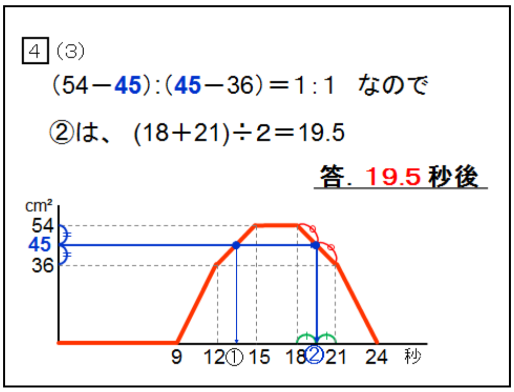
重なる部分の面積は、B が動き始めてから 9 秒経つと増え始め、12 秒後には 36cm²になります。その後の 3 秒間も増え続け、15 秒後には 54cm²になります。さらに 3 秒経つと、重なった部分は、15 秒後のときと同じ 54cm²になります。この 15 秒後～18 秒後の 3 秒間について注目すると、下の 2 段は変わらず、上の 2 段は 3 つの赤い正方形がそのまま横にスライドしていることが分かります。つまり、この間の面積は変わらないということです。18 秒後からは面積は減り始め、3 秒間で重なった部分は 36cm²になり、さらに 3 秒かけて 0cm²になります。

よって、A と B が重なった部分の面積が最大になるのは、B が動き始めてから 15 秒後から 18 秒後までの間です。



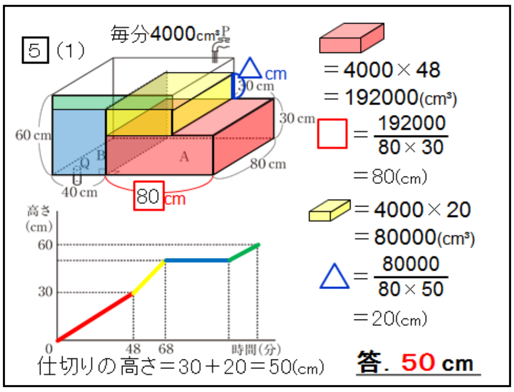
(3) A と B が重なった部分の面積が 2 回目に 45cm²になるときの時間を求めます。

(2) で調べたことをもとに、重なった部分の面積と時間の関係をグラフにすると、右図の赤い折れ線のようになり、2 回目に 45cm²になる時間は、図の②にあたります。相似を利用すると、(54－45)：(45－36) ＝1：1 なので、②は、18 と 21 の真ん中の値、つまり 19.5 です。よって、答えは 19.5 秒後です。



5 図のようなAとBの部分に分かれた水そうに、管Pから毎分4000cm³の割合で水を注ぎます。グラフは、管Qを閉じた状態での、時間とAの部分の水面の高さとの関係を表しています。水そうの形とグラフから必要な情報を読み取っていきます。

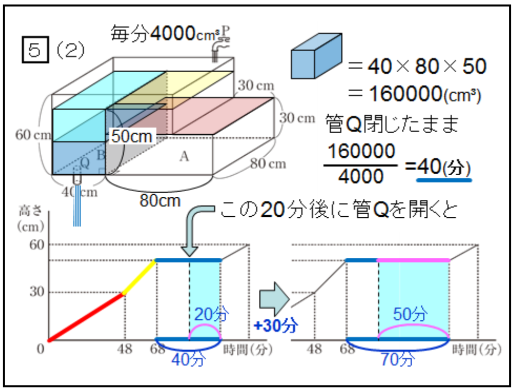
（1）仕切りの高さを求めます。まず、赤い直方体に注目すると、毎分4000cm³の速さで48分間注いだことから、容積は192000cm³です。よって、図の□の長さは、80cmになります。次に、黄色い直方体に注目します。グラフから、黄色い部分を満たすのに20分間かかるので、容積は80000cm³になります。黄色の直方体の横の長さは、（80－30=）50cmなので、これより縦（図の△）の長さは20cmです。よって、仕切りの高さは（30＋20=）50cmになります。

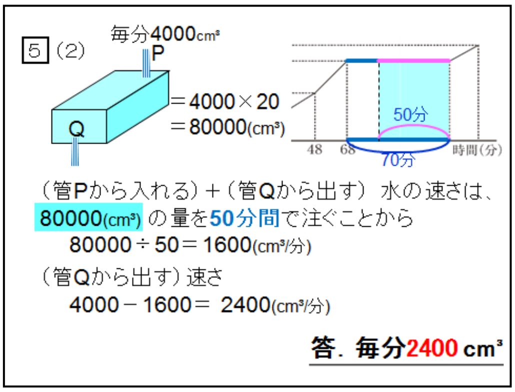


（2）図の青の直方体の部分に水が入り始めてから20分後に管Qを開くと、この部分が満水になるまでに、管Qが閉じたままのときより30分多くかかります。そのときの管Qから流れ出る水の量の割合を求めます。

まず、青の直方体の容積は160000cm³です。管Qを閉じた状態だと、ここは40分間で満たされます。いま、この20分後に管Qを開くと、図の水色の部分を、20分＋30分の50分かけて注ぐことになります。

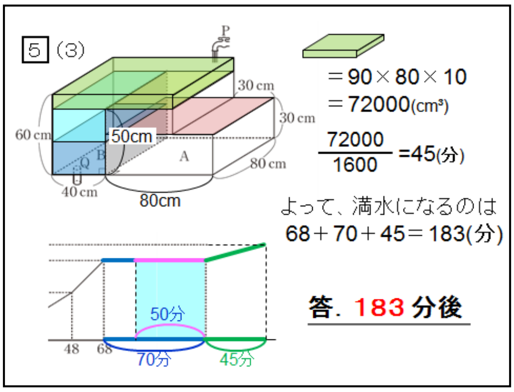
いま、水色の直方体の容積は、80000cm³です。管Pから水を入れる速さと管Qから水を出す速さを足し合わせたものは、80000cm³の量を50分間で注ぐことから、毎分1600cm³だと分かります。したがって、管Qから水を出す速さは、毎分2400cm³です。





（3）（2）の条件で水を注ぎ続けた結果、何分で満水になるかを求めます。

まず、図の緑の直方体の容積は、72000cm³です。ここに、管PとQが開いている状態、つまり毎分1600cm³の速さで水が入るので、ここを満たすのに45分間かかります。よって、満水になるのは、水を注ぎ始めてから183分後になります。



解説は以上です。