

算数は計算問題が2問、一行題、そして図形や関数などの大問から構成されています。配点は計算問題が各5点、一行題は5点が4問、6点が4問、大問は5点が2問、6点が6問となります。また記述式の問題を3問出題しています。その記述式の問題の採点では、まず答えがっているかを見ます。答えがっていない場合のみ、途中の考え方を見て、部分点を加えています。

① 基本的な計算問題です。

(1) 計算の順序を的確に行えるかを見る問題です。答えは3です。

(2) 小数と分数が入っているので、このような問題では分数に統一して計算します。答えは2です。

② 一行題（基本）です。

(1) は通過算。(2) は旅人算。(3) は面積に関する問題。(4) は差集め算です。

各問いの正答例は、(1) 時速95.4 km、(2) 24 : 25、(3) $\frac{7}{15}$ 倍、(4) 24個 です。

③ 一行題（応用）です。

(1) は周期算。(2) は整数の積に関する問題。(3) は時差に関する問題。(4) は図形の面積に関する問題です。

各問いの正答例は、(1) は木曜日、(2) は7個、(3) は2月4日11時、(4) は77.4 cm³ です。

この中から③の(2)(3)について解説いたします。

(2) 1から30までの整数の積に関する問題です。

0が何個続くかを考えるには、10が何回かけられたかを考えれば求められます。ここで、10は2と5の積ですので、1から30までの積の中に2および5が何個あるかを考えます。

1から30までの整数の中に、2の倍数は1つおきに、5の倍数は4つおきにでてくるので、2の倍数のほうがたくさんあります。

2と5をかけあわせて10にするのですから、1から30までの整数の積の中の5の個数を考えればよいこととなります。

5の倍数の個数は $30 \div 5$ で6個、 5×5 、すなわち25の倍数が $30 \div 25$ で1個あるので、一の位から数えて続く0の個数は $6 + 1$ で7個となります。

(3) 時差に関する問題です。しっかりと問題文を読み、情報を整理することが必要です。

はじめに、成田空港とケネディ空港の間の時差を考えます。

成田空港で6時のとき、ケネディ空港では前の日の16時なので、時差は14時間であることが分かります。

次に行動を整理します。

2月1日12時に成田空港を出発し、到着後73時間滞在します。ケネディ空港を出発し、成田空港に到着したのが2月5日の15時なので、成田空港を出発してから成田空港に到着するまで99時間かかっています。この99時間は、滞在時間と往復にかかった時間の和であるので、往復にかかった時間は99時間から73時間を引いた26時間であることがわかります。移動にかかる時間は、行きと帰りでは、帰りの方が2時間多くかかるので、行きにかかった時間が12時間、帰りにかかった時間が14時間とわかります。

以上のことから、成田空港に到着した2月5日15時から、移動時間14時間と、時差14時間を引くと、ケネディ空港を出発した時間は2月4日11時と分かります。

4 食塩水の濃度に関する問題

1回の操作で食塩水を100g取り出し、水を100g加えます。1回の操作の後、全体量は変わらず、食塩の量は $\frac{3}{4}$ になるので、濃度も操作前の $\frac{3}{4}$ 倍になります。

(1) 2回の操作後、濃度が4.5%になっていることから、はじめの食塩水の濃度は8%であると分かります。答えは8%です。

(2) 2回操作を行った後の濃度は4.5%で、その後、操作を1回行うと濃度は $\frac{3}{4}$ 倍になっていくので、3回目の操作後は、 $4.5 \times \frac{3}{4} = \frac{27}{8}$ で3.375%、4回目の操作後は $4.5 \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{81}{32}$ で2.531%となり、はじめて濃度が3%以下になるのは4回目の操作の後となります。答えは4回です。

5 数の周期性に関する問題

(1) 15番目まで調べていきます。正解は7です。

(2) (1)で正しく15番目まで書き出してみると、12個ごとに同じ数が現れることに気づきます。 $2010 \div 12 = 167$ 余り6ですから、12個ずつのグループの、前から6番目の数が求める答えです。答えは9となります。

(3) 1番目から300番目までの和から、1番目から99番目までの和を引けば、100番目から300番目までの和を求められます。

まず1番目から300番目までの和を求めます。

12個ずつのグループにして考えると、 $300 \div 12 = 25$ から(2)と同じ12個ずつのグループが25グループあることがわかります。1グループの和は、12個の数字を足すと60となります。これが25個あるので、1番目から300番目までの和は1500となります。

同様にして1番目から99番目までの和を求めます。 $99 \div 12 = 8$ 余り3なので、12個ずつのグループが8グループと、はじめの3つである3、4、7との和となり、1番目から99番目までの和は

494となります。

以上より、100番目から300番目までの和は、1番目から300番目までの和の1500から1番目から99番目までの和494を引いた1006となります。答えは1006です。

6 グラフの問題

管ア、管イ、管ウの単位時間あたりに流れる水量および容器A、B、Cの底面積の比を求めます。

(1)では、管アを開いてから何分後に管ウを開いたか聞いています。

管アを開くと容器Aに水がたまり始めます。開いたのはグラフから0分後です。

管ウを開くと容器Cに水がたまり始めるので、水面Cが上昇し始めている15分後が求める答えとなります。

(2)では、管ア、イ、ウの1分間あたりに流れる水の量の比を聞いています。

A、Bのグラフから、開始から5分間は管アだけを開いていることがわかります。

管アから流れた水は5分で容器Aの水面を20cm上昇させているので、1分間あたりでは4cm分となります。

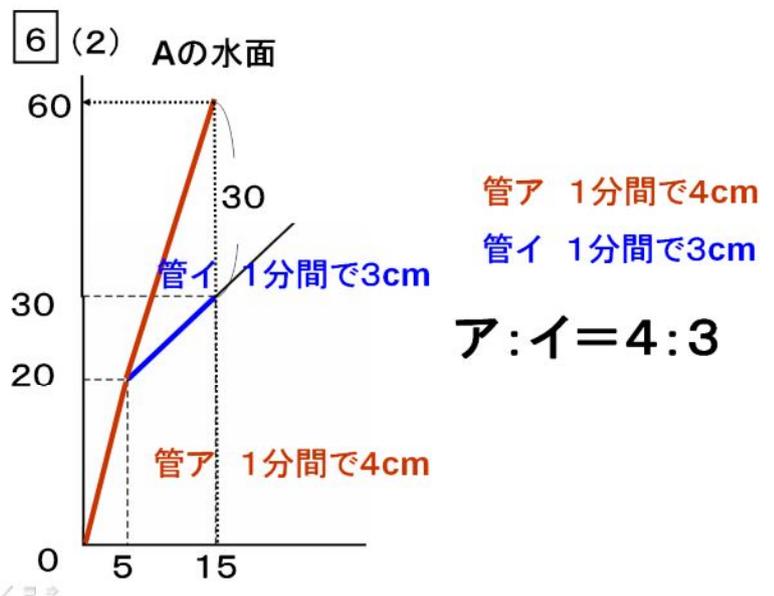
次に、5分後から15分後までを見ていきます。

もし、管アだけを開いていたとすると、15分後、容器Aの60cmまで水がたまるはずですが、

ところが、実際は管イも開いているので、水は30cmしかたまっていません。

この差が、管イから流れ出た水の量なので、10分で容器Aの30cm分、1分間では3cm分です。

このことから、管アと管イの1分間に流れる水の量の比は4:3であることがわかります。



続いて、BとCの水面のグラフを見ていきます。

5分後から15分後までは、Cの水面に変化がないので、管ウは開いていないことがわかります。

このとき、管イが容器Bにためる水の量は10分間で15cm、すなわち、1分当たり1.5cm分です。

15分後から20分後までは、管イと管ウが開いています。20分後から25分後までは、さらに管エも開きます。もし、管ウもエも開かず、25分後まで水をためていたなら、25分後にはBの容器には30cm水がたまるはずですが、



ところが、実際の水面は0 cmですから、管ウを通して、10分間で容器Bの30 cm分の水が流れ出したこととなります。これは1分あたり、3 cm分です。

これより、管イと管ウの1分間に流れる水の量の比は1.5 : 3、すなわち1 : 2であることがわかります。以上から、

管アの水量 : 管イの水量が4 : 3

管イの水量 : 管ウの水量が1 : 2 すなわち 3 : 6

ですから、管ア、イ、ウの1分間あたりに流れる水の量の整数比は 4 : 3 : 6となります。

答えは4 : 3 : 6です。

(3)では、容器A、B、Cの底面積の比を求めます。

5分後から15分後までは管アと管イが開いています。

管イが開いてなければたまっていた容器Aの30 cm分の水が容器Bに移り、容器Bの高さ15 cmまでたまっていることから、容器Aの30 cm分の水量と容器B 15 cm分の水量は等しいということがわかります。このことから、容器Aと容器Bの底面積の比は、水面の高さの関係から、1 : 2となります。

同様に、15分後から20分後までをみていきます。このとき、管イ、ウは開いています。もし、管ウを開かず、容器Bに水をため続けたら、25分後には30 cm、20分後には22.5 cmたまります。実際には7.5 cmしかたまっていないので、管ウから流れた水の量は容器B 15 cm分です。

管ウから流れた水が容器Cに移り、容器Cの高さ20 cmまでたまっているので、容器B 15 cm分の水量と容器C 20 cm分の水量は等しいということがわかります。このことから、容器Bと容器Cの底面積の比は、水面の高さの関係から、4 : 3となります。

以上から、

容器Aの底面積 : 容器Bの底面積 が 1 : 2

容器Bの底面積 : 容器Cの底面積 が 4 : 3

ですから、容器A、B、Cの底面積の比は2 : 4 : 3となります。

解説は以上です。

